1) $\frac{1}{2}\ln 27 - 2\ln 3 + \ln\sqrt{3} = \frac{1}{2}\ln 3^3 - 2\ln 3 + \ln 3^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{3}{2}\ln 3 - 2\ln 3 + \frac{1}{2}\ln 3 = 0$ $\boxed{\text{Rep. a}}$

2) $\dfrac{-2e^2 \times 3e^4}{(2e^2)^2 - 3e^4} = -\dfrac{6e^6}{4e^4 - 3e^4} = -\dfrac{6e^6}{e^4} = -6e^2$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

3) $(\ln 3)^2 - 2\ln 3 = \ln 3(\ln 3 - 2)$ or $3 \simeq e$

d'où $\ln 3 \simeq \ln e$

c.à.d, $\ln 3 \simeq 1$ d'où $\ln 3 - 2 < 0$

et $(\ln 3)^2 - 2\ln 3 < 0$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

4) $\dfrac{\cos^2(\frac{\pi}{6}) + \sin^2(\frac{\pi}{6})}{\cos^2(\frac{\pi}{3}) + \sin^2(\frac{\pi}{3})} = \frac{1}{1} = 1$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

5) f est continue en -1 signifie que : $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = f(-1)$

$\boxed{\text{Rep. d}}$

6) si f est dérivable en -1 alors $f'(-1) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(-1+x) - f(-1)}{x} = A$

nb réel fini

$\boxed{\text{Rep. c}}$

7)

x	-1	0	1	2
g	2	1	0	-1

a) faux : on ne peut pas savoir si elle est strict. ↘

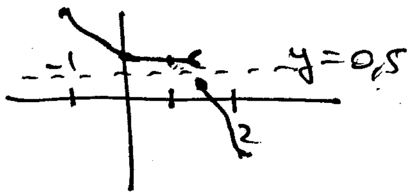
ex :

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0
g	2 ↗	3	↘ 1

$\boxed{\text{Rep. d}}$

8) $\boxed{\text{Rep. d}}$ Rien ne dit que la fct g est continue

On pourrait avoir une discontinuité sur la courbe



9) $\frac{1}{x} \leq 0{,}2$ ssi $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{5}$ et $\frac{1}{x} - \frac{1}{5} \leq 0$ avec $x \neq 0$

et $\frac{5-x}{5x} \leq 0$

x	$-\infty$	0		5	$+\infty$
$5-x$	$+$	$\|$	$+$	0	$-$
$5x$	$-$	$\|$	$+$		$+$
$\frac{5-x}{5x}$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$

$S =]-\infty ; 0[\cup [5 ; +\infty[$ $\boxed{\text{Rep. d}}$

10) $\ln(x^2) = (\ln x)^2$ $\quad D =]0 ; +\infty[$

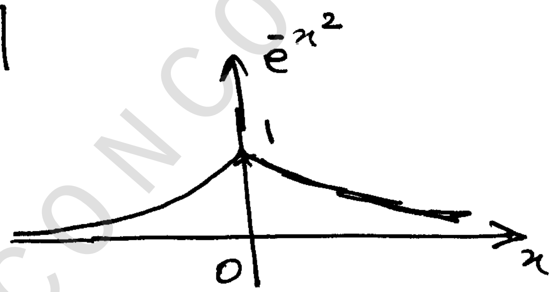
$2 \ln x = (\ln x)^2$ d'où $\ln x \, [\ln x - 2] = 0$ $\quad \ln x = 0$ ou $\ln x = 2$

$S = \{1 ; e^2\}$ $\boxed{\text{Rep. c}}$

11) $(\ln x)^2 = -(\ln x)^2$ ssi, $2(\ln x)^2 = 0$

d'où $x = 1$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

12) $e^{-x^2} \geq 1$



si $x = 0$, $e^{-x^2} = 1$

$\boxed{\text{Rep. c}}$

13) $2z^2 - 5z + 3 = 0$ $\quad \Delta = 25 - 24 = 1$

$\Delta > 0$, il y a 2 solutions reelles (cas particuliers du nb complexe où la partie imaginaire est nulle, puisque $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$)

$\boxed{\text{Rep. c}}$

14) $a^3 = b^3$ et $a = b$ sont équivalents (car l'implication peut se faire dans les 2 sens : $a^3 = b^3 \Rightarrow a = b$ et si $a = b$ alors $a^3 = b^3$

$\boxed{\text{Rep. c}}$

15) $\ln a = \ln b$ sous entend que a et $b > 0$

alors $e^a = e^b$ sous entend qu'il n'y a pas de val. interdites pour a et b.

$\boxed{\text{Rep. a}}$

16) $a^2 = b$ sous entend $a \in \mathbb{R}$ et $b \geq 0$
$a = \sqrt{b}$ ———— $a \geq 0$ et $b \geq 0$

$\boxed{\text{Rep. b}}$

17) $\boxed{\text{Rep. a}}$

Rem : Rien ne dit ds (P_2) que le triangle ABC n'est rectangle en C ...

18) en $x = 3$, la tang. à la parabole est horizontale et a pour equation : $y = 6$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

19) $f(x) = ax^2 + bx + c$

et $a < 0$ car la concavité de la parabole est dirigée vers le bas

$f'(x) = 2ax + b$ donc a) et b) conviennent
$= mx + b$

De plus, $f'(3) = 0$ ssi $3m + b = 0$ d'ou $b = -3m > 0$

Rem : $-3 \times \left(-\frac{4}{9}\right) = \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

20) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} -\frac{2}{9}x^2 = -\infty$

car $f'(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{4}{3}$
d'ou $f(x) = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + c$
et $f(3) = 6 = -2 + 4 + c$
d'ou $c = 4$

$\boxed{\text{Rep. a}}$

21) $\int_{-1}^{-4} f(x)\,dx = -\int_{-4}^{-1} f(x)\,dx$

or $\int_{-4}^{-1} f(x)\,dx$ represente la valeur algebrique de l'aire se trouvant sous $(\mathcal{C}_f)$ sur $[-4;-1]$

on constate que $\int_{-4}^{-1} f(x)\,dx < 0$

donc $\int_{-1}^{-4} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{Rep. c}}$

22) $u_n = f(n)$

f est majorée par 6 et non minorée

$\boxed{\text{Rep b}}$

23) $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

d'où $v_1 = f(v_0) = f(1) \simeq 5$

et $v_2 = f(v_1) \simeq f(5) \simeq 5$

$\boxed{\text{Rep c}}$

24) $\begin{cases} v_0 = -1 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

$v_1 = f(v_0) = f(-1) \simeq 2{,}5$

$v_2 = f(v_1) \simeq f(2{,}5) \simeq 6$

$v_3 = f(v_2) \simeq f(6) \simeq 4$

donc la suite (v_n) n'est pas monotone

$\boxed{\text{Rep d}}$

25) $\begin{cases} v_0 = -4 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

$v_1 = f(v_0) = f(-4) \simeq -5$

$v_2 = f(v_1) \simeq f(-5) < 0$ et v_n de plus en plus grand, au fur et à mesure que $n \nearrow$.

$\boxed{\text{Rep. b}}$

26) pour $\forall x \in \mathbb{R}$, $-x \in \mathbb{R}$

$f(-x) = -x \cos\left(-\frac{x}{3}\right)$

$= -x \cos \frac{x}{3}$

$= -f(x)$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

27) $f(x+T) = (x+T)\cos\left(\frac{x+T}{3}\right) \neq f(x)$ pour $T \neq 0$

donc f n'est pas périodique

$\boxed{\text{Rep. d}}$

28) $f(x) = 0$ ssi $x \cos \frac{x}{3} = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ \cos \frac{x}{3} = 0 \end{cases}$ càd, $\frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ et $x = \frac{3}{2}\pi + 3k\pi$

si $k = -1$, $x = -\frac{3}{2}\pi$

si $k = 0$, $x = \frac{3}{2}\pi$

Au total, il y a donc 3 solutions sur $[-2\pi ; 2\pi]$

$\boxed{\text{Rep d}}$

29) pour $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \cos \frac{x}{3} - \frac{1}{3} x \sin \frac{x}{3}$

$\boxed{\text{Rep. d}}$

30) $F(0) = 0$ permet d'éliminer c).

$$\left(\frac{x^2}{2} \sin\left(\frac{x}{3}\right)\right)' = \frac{1}{2}\left(x^2 \sin \frac{x}{3}\right)' = \frac{1}{2}\left(2x \sin \frac{x}{3} + \frac{1}{3} x^2 \cos \frac{x}{3}\right)$$

donc a) et b) ne conviennent pas

$\boxed{\text{Rep. d}}$

31) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x \cos \frac{x}{3}$

or $-1 \leq \cos \frac{x}{3} \leq 1$

d'où $-x \leq f(x) \leq x$

et f n'admet pas de limite, $\boxed{\text{Rep. d}}$

32) $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \cos\left(\frac{1}{3x}\right)$

or $-1 \leq \cos \frac{1}{3x} \leq 1$

d'où $-\frac{1}{x} \leq f\left(\frac{1}{x}\right) \leq \frac{1}{x}$

et $\lim\limits_{x \to -\infty} -\frac{1}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$ d'après le th. des Gendarmes, $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

$\boxed{\text{Rep. a}}$

33) $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ car f est impaire et les bornes de l'intégrale sont symétriques par rapport à 0.

$\boxed{\text{Rep.a}}$

34) $N=30$ $\left|\begin{array}{l} S=0 \\ I=0 \end{array}\right.$ $S<N \Rightarrow$ $\left| \begin{array}{l} I=0 \\ \left|\begin{array}{l} S=0 \\ I=1\end{array}\right. \end{array}\right.$; $\left| \begin{array}{l} I=1 \\ \left|\begin{array}{l} S=1 \\ I=2\end{array}\right. \end{array}\right.$; $\left| \begin{array}{l} I=2 \\ \left|\begin{array}{l} S=5 \\ I=3\end{array}\right. \end{array}\right.$; $\left| \begin{array}{l} I=3 \\ \left|\begin{array}{l} S=14 \\ I=4\end{array}\right. \end{array}\right.$; $\left| \begin{array}{l} I=4 \\ \left|\begin{array}{l} S=30 \\ I=5\end{array}\right. \end{array}\right.$

l'algo s'arrête alors $\left|\begin{array}{l} S=30 \\ I=5 \end{array}\right.$

$\boxed{\text{Rep.b}}$

35) $\boxed{\text{Rep.b}}$

36) si $N=1$ impossible d'avoir $I=3$

si $N=2$, $\left| \begin{array}{l} I=0 \\ \left|\begin{array}{l} S=0 \\ I=1\end{array}\right. \end{array}\right.$ $\begin{array}{l} I=1 \\ \left|\begin{array}{l} S=1 \\ I=2\end{array}\right. \end{array}$ $\begin{array}{l} \boxed{I=2} \\ \left|\begin{array}{l} S=5 \\ I=3\end{array}\right. \end{array}$ I_3

$\boxed{\text{Rep.b}}$

37) si $N=3$ $\left| \begin{array}{l} I=0 \\ \left|\begin{array}{l} S=0 \\ I=1\end{array}\right. \end{array}\right.$ $\begin{array}{l} I=1 \\ \left|\begin{array}{l} S=1 \\ I=2\end{array}\right. \end{array}$ $\begin{array}{l} I=2 \\ \left|\begin{array}{l} S=5 \\ I=3\end{array}\right. \end{array}$ il s'affiche $I=3$

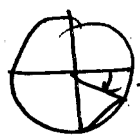
si $N=5$ $\left| \begin{array}{l} I=0 \\ \left|\begin{array}{l} S=0 \\ I=1\end{array}\right. \end{array}\right.$ $\begin{array}{l} I=1 \\ \left|\begin{array}{l} S=1 \\ I=2\end{array}\right. \end{array}$ $\begin{array}{l} I=2 \\ \left|\begin{array}{l} S=5 \\ I=3\end{array}\right. \end{array}$ $\begin{array}{l} I=3 \\ S=14 \\ I=4 \end{array}$

il s'affiche encore $I=3$

$\boxed{\text{Rep.c}}$

38) $\sqrt{3}-i = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$

$= 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ $\boxed{\text{Rep.c}}$



$-\frac{\pi}{6}$

39) $(\sqrt{3}-i)^9 = 2^9\left(e^{-\frac{i\pi}{6}}\right)^9 = 2^9 e^{-i\frac{3\pi}{2}} = 2^9 e^{\frac{i\pi}{2}} = 2^9 i$ $\boxed{\text{Rep.c}}$

40) $z' = \frac{-i-1}{2-i} = -\frac{(1+i)(2+i)}{5} = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$ $\boxed{\text{Rep.a}}$

41) si $z' = -i = \frac{z-1}{z+2}$ ssi $z+2 = \frac{z-1}{-i} = zi - i$ et $z(1-i) = -(2+i)$

$$z = -\frac{2+i}{1-i} = -\frac{(2+i)(1+i)}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i \quad \boxed{\text{Rep. b}}$$

42) $OM' = 1$ ssi $|z'| = 1$ et $\left|\frac{z-1}{z+2}\right| = 1$ avec $z \neq -2$

d'où $|z-1| = |z+2|$

soit le pt M d'affixe z

——— A ——— $z_A = 1$

——— B ——— $z_B = -2$

$AM = BM$ donc l'ens. des pts M est la médiatrice de $[AB]$

$\boxed{\text{Rep. c}}$

43) $z' = -\bar{z}'$

$x' + y'i = -(x' - y'i)$

et $2x' = 0$ donc $Re\left(\frac{z-1}{z+2}\right) = 0$

or $\frac{z-1}{z+2} = \frac{x-1+yi}{x+2+yi} = \frac{(x-1+yi)(x+2-yi)}{(x+2)^2+y^2}$

$$= \frac{(x-1)(x+2)+y^2}{(x+2)^2+y^2} + i\ldots$$

$$= \frac{x^2+x+y^2-2}{(x+2)^2+y^2} + i\ldots$$

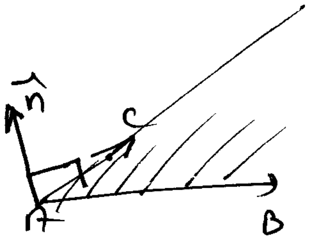
$Re\left(\frac{z-1}{z+2}\right) = \frac{x^2+x+y^2-2}{(x+2)^2+y^2}$

et $Re\left(\frac{z-1}{z+2}\right) = 0$ ssi $x^2+x+y^2-2 = 0$

et $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$ avec $(x;y) \neq (-2;0)$

donc l'ens. des pts M est le cercle de centre $\Omega\left(-\frac{1}{2};0\right)$ et de rayon $R = \frac{3}{2}$ privé du pt $B(-2;0)$ $\boxed{\text{Rep. b}}$

44)



$\vec{n}(a;b;c)$ un vect. normal à (ABC)

$\overrightarrow{AB}(1;5;1)$
$\overrightarrow{AC}(-1;-2;0)$

$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases}$ ssi $\begin{cases} a+5b+c=0 \\ -a-2b=0 \end{cases}$

$\begin{cases} -3a+2c=0 \\ 3b+c=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=+\frac{2}{3}c \\ b=-\frac{1}{3}c \end{cases}$

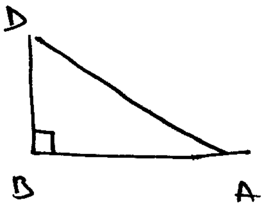
si $c=-3$, $a=-2$ et $b=1$

(ABC) : $-2x+y-3z+d=0$

De plus $A \in (ABC)$ ssi $-5+d=0$ d'où $d=5$

(ABC): $-2x+y-3z+5=0$ $\boxed{\text{Rep. c}}$

45)

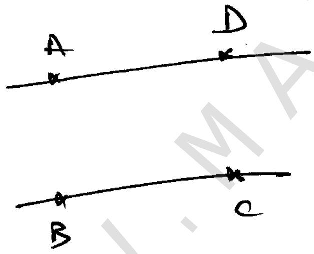


$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$ ssi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}=0$

avec $\overrightarrow{BD}(a-1; 0; -2)$

et $a-1-2=0$ d'où $a=3$ $\boxed{\text{Rep b}}$

46)



$\overrightarrow{BC}(-2;-7;-1)$
$\overrightarrow{AD}(a;5;-1)$

si $(BC) \parallel (AD)$ alors $\overrightarrow{BC}$ col. à $\overrightarrow{AD}$

impossible car $-\frac{7}{5} \neq \frac{-1}{-1}$ $\boxed{\text{Rep. d}}$

47) $AD^2=a^2+25+1$
$BC^2=4+49+1$

$AD^2=BC^2$ ssi $a^2+26=54$

et $a^2=28$ d'où $a=\pm 2\sqrt{7}$

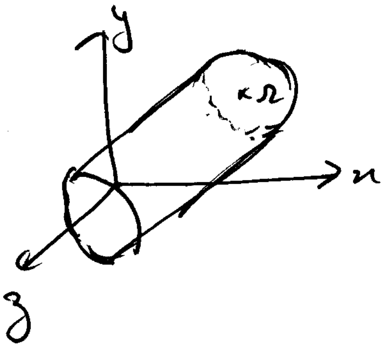
$\boxed{\text{Rep. c}}$

48) $x^2-4x+y^2+3y=4$

$(x-2)^2-4+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=4$

$(x-2)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}+4=\frac{41}{4}$

Eq. de cylindre ds l'espace ! car $z \in \mathbb{R}$.



$\boxed{\text{Rep. d}}$

49)

$(x+1)^2+(y+7)^2+z^2=OA^2=25$

$x^2+2x+1+y^2+14y+49+z^2=25$

$x^2+2x+y^2+14y+z^2=-25$ $\boxed{\text{Rep. a}}$

50) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

or A et B sont indépendants d'où $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

et $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$

$=P(A)\left[1-P(B)\right]+P(B)$

$=P(A)\times P(\bar{B})+P(B)$ $\boxed{\text{Rep. c}}$

51) si A et B sont indépendant alors $P_B(\bar{A})=P(\bar{A})=1-P(A)$

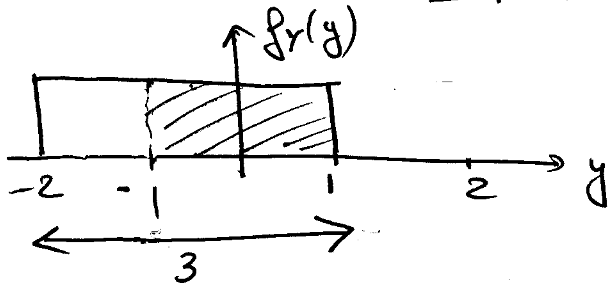
$\boxed{\text{Rep. b}}$

52) $P(X=1)=\binom{8}{1}0{,}3\times 0{,}7^7$

$P(X=7)=\binom{8}{7}\times 0{,}3^7\times 0{,}7$ or $\binom{8}{7}=\binom{8}{1}=8$

$P(X=1)-P(X=7)=8\times 0{,}3\times 0{,}7\underbrace{\left(0{,}7^6-0{,}3^6\right)}_{>0}$ $\boxed{\text{Rep. c}}$

53) $E(X) = np$
$= 8 \times 0{,}3$
$= 2{,}4$ $\boxed{\text{Rep.c}}$

54) 

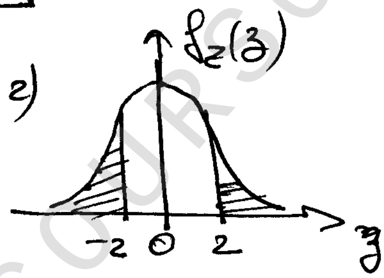
$f_Y(y) = \frac{1}{3}$

$P(-1 \leq Y \leq 2) = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{Rep.b}}$

55) $E(Y) = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{Rep. d}}$

56) par symetrie, $P(Z < -2) - P(Z \geq 2)$
$= 0$

$\boxed{\text{Rep.a}}$



57) $E(Z) = 0$ loi normale centrée reduite $\mathcal{N}(\underset{\uparrow \atop E(Z)}{0};1)$

$\boxed{\text{Rep. a}}$

58) $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ car n grand $(n \geq 25)$

$I = \left[0{,}52 - \frac{1}{20} ; 0{,}52 + \frac{1}{20}\right]$
$= [0{,}52 - 0{,}05 ; 0{,}52 + 0{,}05]$
$= [0{,}47 ; 0{,}57]$ $\boxed{\text{Rep.c}}$

59) pour que madame Ave soit élue, on doit avoir
$I = [a ; b]$ et $a > 0{,}5$
soit $0{,}52 - \frac{1}{\sqrt{n}} > 0{,}5$
d'ou $\frac{1}{\sqrt{n}} < 0{,}02$ ou $\frac{1}{\sqrt{n}} < \frac{1}{50}$
soit, $\sqrt{n} > 50$ d'ou $n > 2500$ $\boxed{\text{Rep. c}}$

60) $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} \; ; \; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

amplitude : $\frac{2}{\sqrt{n}}$

nouvelle amplitude $A' = \frac{1}{2} A \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{n'}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}}$

$\frac{\sqrt{n'}}{2} = \sqrt{n}$ et $n' = 4n$ $\boxed{\text{Rep. d}}$